



- Instrucciones:**
- Duración: 1 hora y 30 minutos.**
 - Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 2 bloques (A y B) de 4 ejercicios cada uno.**
 - Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2.5 puntos.
 - Se realizarán únicamente cuatro ejercicios, independientemente del bloque al que pertenezcan.** En caso de responder a más de cuatro ejercicios, se corregirán únicamente los cuatro que aparezcan físicamente en primer lugar.
 - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
 - En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0.25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE A

EJERCICIO 1 (2.5 puntos)

Sea la función continua $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(e^x + x^3)}{x} & \text{si } x < 0 \\ 4x^2 + a & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ b + \text{sen}(\pi x) & \text{si } 1 \leq x \end{cases}$$

(\ln denota la función logaritmo neperiano). Determina a y b .

EJERCICIO 2 (2.5 puntos)

Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$.

- Estudia y halla las asíntotas de la gráfica de f . **(1.25 puntos)**
- Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f . **(1.25 puntos)**

EJERCICIO 3 (2.5 puntos)

Calcula $\int_0^{\pi/2} (2 \text{sen}^2(x) - \text{cos}^2(x)) dx$.

EJERCICIO 4 (2.5 puntos)

Considera las funciones $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = |x| - 2$ y por $g(x) = 4 - x^2$.

- Halla los puntos de corte de las gráficas de ambas funciones y esboza el recinto que delimitan. **(1 punto)**
- Determina el área del recinto anterior. **(1.5 puntos)**



BLOQUE B

EJERCICIO 5 (2.5 puntos)

Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$.

a) Estudia, según los valores de λ , el rango de la matriz $A - \lambda I$, siendo I la matriz identidad de orden tres. **(1.75 puntos)**

b) Resuelve el sistema $(A - I) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ y halla, si existe, una solución en la que $x = 2$. **(0.75 puntos)**

EJERCICIO 6 (2.5 puntos)

Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & m & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \\ m & -1 \end{pmatrix}$.

a) Calcula m para que AB no tenga inversa. **(1 punto)**

b) Estudia el rango de la matriz BA según los valores de m . **(1.5 puntos)**

EJERCICIO 7 (2.5 puntos)

Considera las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x = 2 + 3\lambda \\ y = -1 + 2\lambda \\ z = 3 + \lambda \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} 2x - y - 2 = 0 \\ y + 2z - 4 = 0 \end{cases}$$

a) Halla el plano que contiene a r y es paralelo a s . **(1.5 puntos)**

b) Deduce razonadamente que ningún plano perpendicular a s contiene a r . **(1 punto)**

EJERCICIO 8 (2.5 puntos)

Considera los puntos $A(1, 2, 3)$, $B(-2, 4, -3)$ y $C(-10, 1, 0)$.

a) Halla el área del triángulo de vértices A , B y C . **(1.25 puntos)**

b) Halla el plano que equidista de A y B . **(1.25 puntos)**